实验2　线性系统时域响应分析

一、实验目的

1．熟练掌握step()函数的使用方法，研究线性系统在单位阶跃函数作用下的响应。

2．通过响应曲线观测特征参量ζ和ω_n对二阶系统性能的影响。

3．熟练掌握系统的稳定性的判断方法。

二、基础知识及MATLAB函数

1．基础知识

时域分析法直接在时间域中对系统进行分析，可以提供系统时间响应的全部信息，具有直观、准确的特点。为了研究控制系统的时域特性，经常采用瞬态响应（如阶跃响应）。本次实验从分析系统的性能指标出发，给出了在MATLAB环境下获取系统时域响应和分析系统的动态性能和稳态性能的方法。

用MATLAB求系统的瞬态响应时，将传递函数的分子、分母多项式的系数分别以s的降幂排列写为两个数组num、den。由于控制系统分子的阶次m一般小于其分母的阶次n，所以num中的数组元素与分子多项式系数之间自右向左逐次对齐，不足部分用零补齐，缺项系数也用零补上。

用MATLAB求控制系统的瞬态响应阶跃响应求系统阶跃响应的指令有：

G=tf(num,den)	得到以num，den为分子、分母系数的传递函数
G=feedback(sys,1)	得到以sys为开环传递函数的单位负反馈闭环传递函数
step(G)	以G为传递函数的阶跃响应
step(num,den)	时间向量t的范围由软件自动设定，阶跃响应曲线随即绘出
step(num,den,t)	时间向量t的范围可以由人工给定（例如 t=0:0.1:10）
[y,x]=step(num,den)	返回变量y为输出向量，x为状态向量

在MATLAB程序中，先定义num，den数组，并调用上述指令，即可生成单位阶跃输入信号下的阶跃响应曲线图。

考虑下列系统：

$$G(s)=\frac{25}{s^2+4s+25}$$

该系统可以表示为两个数组，每一个数组由相应的多项式系数组成，并且以s的降幂排列。则matlab的调用语句：

```
num=[0 0 25]; % 定义分子多项式
den=[1 4 25]; % 定义分母多项式
step(num,den) % 调用阶跃响应函数求取单位阶跃响应曲线
grid % 画网格标度线
xlabel(‘t/s’),ylabel(‘c(t)’)  % 给坐标轴加上说明
title(‘Unit-step Respinse of G(s)=25/(s^2+4s+25)’)  %给图形加上标题名
```

则该单位阶跃响应曲线如图2.1所示：

为了在图形屏幕上书写文本，可以用text命令在图上的任何位置加标注。例如：

```
text(3.4,- 0.06, ’Y1’) 和 text(3.4,1.4, ’Y2’)
```

第一个语句告诉计算机，在坐标点x=3.4,y=-0.06上书写出’Y1’。类似地，第二个语句告诉计算机，在坐标点x=3.4,y=1.4上书写出’Y2’。同时可以在曲线界面，通过鼠标右键调出显示系统的动态性能指标。

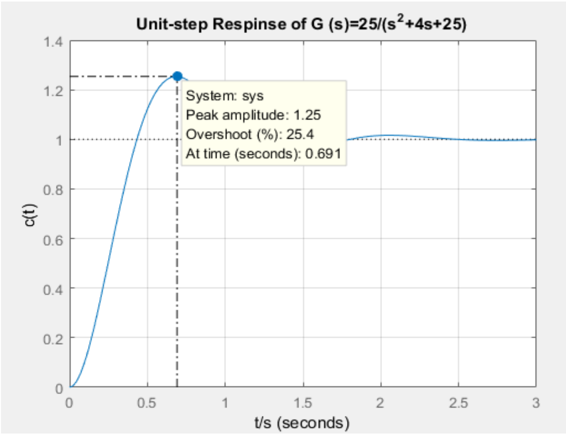

图2.1 二阶系统的单位阶跃响应

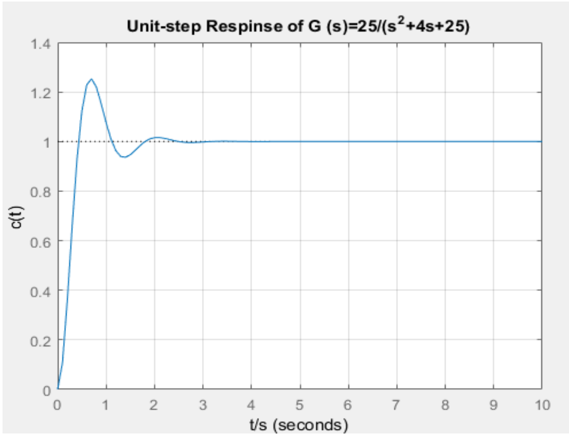

图2.2 定义时间范围的单位阶跃响应

若要绘制系统t在指定时间（0-10s）内的响应曲线，则用以下语句：

```
num=[0 0 25];
den=[1 4 25];
t=0:0.1:10;
step(num,den,t)
```

即可得到系统的单位阶跃响应曲线在0-10s间的部分，如图2.2所示。

2．特征参量ζ和ω_n对二阶系统性能的影响

标准二阶系统的闭环传递函数为：

$$G(s)=\frac{{\omega_n}^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+{\omega_n}^2}$$

二阶系统的单位阶跃响应在不同的特征参量下有不同的响应曲线。

ζ对二阶系统性能的影响

设定无阻尼自然振荡频率ω_n=1(rad/s)，考虑5种不同的ζ值：ζ =0、0.25、0.5、1.0和2.0，利用MATLAB对每一种求取单位阶跃响应曲线，分析参数ζ对系统的影响。

为便于观测和比较，在一幅图上绘出5条响应曲线（采用hold命令实现）。

```
num=[0 0 1]; den1=[1 0 1]; den2=[1 0.5 1];
den3=[1 1 1]; den4=[1 2 1]; den5=[1 4 1];
t=0:0.1:10; step(num,den1,t)
grid
text(4,1.7,'Zeta=0'); hold
step(num,den2,t)
text(3.3,1.5,'0.25')
```

```
step(num,den3,t)
text(3.5,1.2,'0.5')
step(num,den4,t)
text(3.3,0.9,'1.0')
step(num,den5,t)
text(3.3,0.6,'2.0')
title('Step-Response Curves for G(s)=1/[s^2+2(zeta)s+1]')
```

由此得到的响应曲线如图2.3所示。

ω_n对二阶系统性能的影响

同理，设定阻尼比ζ =0.25，当ω_n分别取1、2、3时，利用MATLAB对每一种求取单位阶跃响应曲线，分析参数ω_n对系统的影响。

```
num1=[0 0 1]; den1=[1 0.5 1];
t=0:0.1:10;
step(num1,den1,t);
grid; hold on
text(3.1,1.4, 'wn=1')
num2=[0 0 4]; den2=[1 1 4];
step(num2,den2,t); hold on
text(1.7,1.4 , 'wn=2')
num3=[0 0 9]; den3=[1 1.5 9];
step(num3,den3,t); hold on
text(0.5,1.4 , 'wn=3')
```

由此得到的响应曲线如图2.4所示。

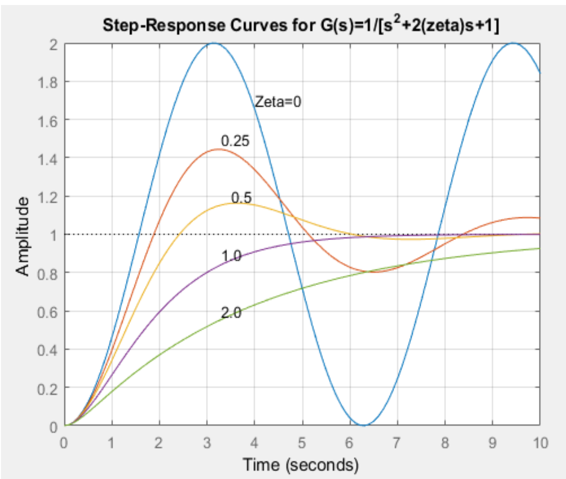

图2.3 ζ不同时系统的响应曲线

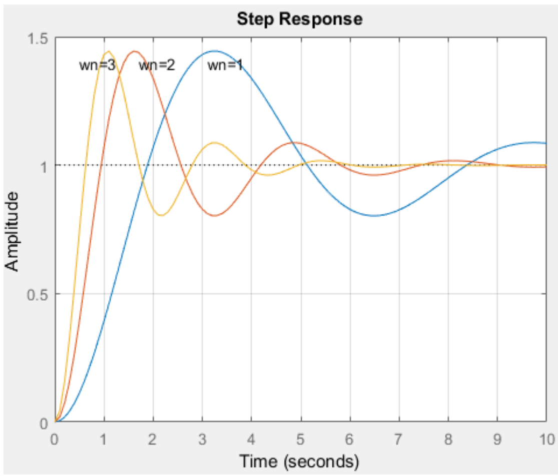

图2.4 ω_n不同时系统的响应曲线

3．系统稳定性判断

1）直接求根判稳roots()

控制系统稳定的充要条件是其特征方程的根均具有负实部。因此，为了判别系统的稳定性，就要求出系统特征方程的根，并检验它们是否都具有负实部。MATLAB中对多项式求根的函数为roots()函数。

若求多项式$\boldsymbol{s^4+10s^3+35s^2+50s+24}$的根，则所用的MATLAB指令为：

```
>> roots([1,10,35,50,24])

ans =

-4.0000

-3.0000

-2.0000

-1.0000
```

特征方程的根都具有负实部，因而系统为稳定的。

三、实验内容

1．观察函数step()的调用格式，假设系统的传递函数模型为

$$G(s)=\frac{s^2+3s+7}{s^4+4s^3+6s^2+4s+1}$$

绘制出系统的阶跃响应曲线。

2．对典型二阶系统

$$G(s)=\frac{{\omega_n}^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+{\omega_n}^2}$$

1）分别绘出ω_n=2(rad/s)，ζ分别取0、0.25、0.5、1.0和2.0时的单位阶跃响应曲线，分析参数对系统的影响，并计算ζ =0.25时的时域性能指标σ_p，t_r，t_p，t_s、e_{ss}。

2）绘制出当ζ =0.25，ω_n分别取1、2、4、6时单位阶跃响应曲线，分析参数ω_n对系统的影响。

3．系统的特征方程式为$\boldsymbol{2s^4+s^3+3s^2+5s+10=0}$，试判别该系统的稳定性。

四、实验报告

1．根据内容要求，写出调试好的MATLAB语言程序，及对应的MATLAB运算结果。

2．记录各种输出波形，根据实验结果分析参数变化对系统的影响。

3．总结判断闭环系统稳定的方法，说明增益K对系统稳定性的影响。

4．写出实验的心得与体会。